日本ソフトウェア科学会第 28 回大会 (2011 年度) 講演論文集

減少ダイアグラム法による項書き換えシステムの可換性証明法

的場 正樹　青戸 等人　外山 芳人

項書き換えシステムの可換性は合流性を一般化した性質である．自己可換性は合流性と同値であり，可換性の十分条件をもちいることで合流性を示すことができる．また，可換性に基づく分解は合流性の証明に有効なことが知られている．項書き換えシステムの可換性を示す方法として危険対に基づく解析が知られている．一方，抽象リダクションシステムの可換性について減少ダイアグラム法に基づく十分条件が提案されている．しかし，減少ダイアグラム法を適用した項書き換えシステムの可換性条件についてはほとんど研究されていない．本論文では，減少ダイアグラム法に基づく可換性条件を適用した項書き換えシステムの可換性の証明法を提案する．

1　はじめに

項書き換えシステムの可換性は，合流性を一般化した性質である．自分自身との可換性 (自己可換性) は合流性と同値であり，可換性の十分条件をもちいることで合流性を示すことができる．項書き換えシステムの可換性に関しては，危険対解析に基づく十分条件が知られている [7]．また，その十分条件は合流性判定システム ACP においても可換分解で用いられている [2] [9]．

一方，項書き換えシステムの合流性の判定法としては，危険対解析法とともに減少ダイアグラム法が知られており，それを項書き換えシステムの合流性に応用した研究もある [1] [4]．しかし，減少ダイアグラム法に基づく抽象リダクションシステムの可換性の判定法は提案されているが [8]，それを項書き換えシステムに応用した研究はあまり知られていない．抽象リダクションシステムの減少ダイアグラム法に基づく可換性の十分条件を，項書き換えシステムに適用することで，従来の危険対解析だけでは証明が困難な可換性についても証明できる場合があると考えられる．また，可換性の十分条件を利用することによって，従来よりも強力な項書き換えシステムの合流性判定も期待できる．

本論文では，減少ダイアグラム法に基づく項書き換えシステムの可換性証明法を検討する．本論文の構成は以下のようになっている．第 2 節では，抽象リダクションシステムと項書き換えシステムの基本的な概念について説明する．第 3 節では抽象リダクションシステムの減少ダイアグラム法による可換性について説明し，第 4 節ではルールラベリングを用いた項書き換えシステムの可換性について説明する．第 5 節では合流性への応用を説明し，第 6 節では本研究のまとめと今後の課題について説明する．

2　準備

本節では，項書き換えシステムおよび抽象リダクションシステムに関する基本的な用語や概念を文献 [3] [6] に従って定義する．

集合 I をラベル集合とするとき，$\alpha \in I$ でラベル付けされた集合 D 上の関係 $\to_\alpha$ を考える．このとき，$A = (D, \langle \to_\alpha \rangle_{\alpha \in I})$ を抽象リダクションシステム，$\to_\alpha$ をリダクション関係という．$|I| = 1$ のとき，簡単に $A = (D, \to)$ 等で表す．$J \subseteq I$

Proving Commutativity of Term Rewriting Systems by Decreasing Diagrams

Masaki Matoba, Takahito Aoto, Yoshihito Toyama, 東北大学 電気通信研究所, RIEC, Tohoku University.

に対して，$\to_J = \bigcup_{\alpha \in J} \to_\alpha$ と定義する．また，$I = \{\alpha\}$ のとき，$\to_I$ を $\to_\alpha$ と記す．$\succ$ を I 上の順序とする．$\succ$ が整礎であるとは，$\alpha_0 \succ \alpha_1 \succ \cdots$ のような無限列が存在しないことをいう．$\alpha \in I$ に対して，$\curlyvee\alpha = \{\beta \in I \mid \beta \prec \alpha\}$ とする．また，$\curlyvee\alpha \cup \beta = \curlyvee\alpha \cup \curlyvee\beta$ と定める．関係 $\to$ の逆，反射閉包，反射推移閉包をそれぞれ $\leftarrow$，$\to^=$，$\to^*$ で表す．

関数記号の集合 F と変数記号の集合 V から得られる項の集合を $T(F,V)$ と表す．項 t に 2 回以上現れる変数がないとき，t を線形項という．項 t の部分項の位置は正整数の列で表す．項 t の位置の集合を $Pos(t)$，変数位置の集合を $Pos_V(t)$，関数位置の集合を $Pos_F(t)$ で表す．正整列 u, v の連結を uv，空列を ϵ で表す．$v = uw$ のとき，$v/u = w$ と定める．$u \leq v$ を $\exists w.uw = v$，$u \| v$ を $u \not\geq v \wedge v \not\geq u$ で定義する．

項の対 (l, r) が，$l \notin V$ かつ $Var(l) \supseteq Var(r)$ をみたすとき，その対を書き換え規則といい，$l \to r$ で表す．ここで，$Var(t)$ は t に現れる変数の集合を表す．書き換え規則の集合 R を項書き換えシステムという．書き換え規則 $l \to r \in R$，文脈 $C[\,]$，代入 θ が存在して $s = C[l\theta], t = [r\theta]$ となるとき，s は t に書き換えられるといい，$s \xrightarrow{R} t$ と表す．$\xrightarrow{R}$ を書き換え関係とよび，R が明らかなときは $\xrightarrow{R}$ を $\to$ と略記する．項 l と r が線形項のとき，書き換え規則 $l \to r$ を線形といい，項 l が線形項のとき，左線形という．また項書き換えシステム R 中の任意の書き換え規則が線形 (左線形) のとき，R は線形 (左線形) という．

$l_1 \to r_1$ と $l_2 \to r_2$ を書き換え規則とする．ここで，これらの書き換え規則は変数を共有しないと仮定する．ある文脈 $C[\,]$ が存在して，$l_2 = C[l_2']$ かつ $l_2' \notin V$，l_1 と l_2' が単一化可能であるとき，書き換え規則 $l_1 \to r_1$ は書き換え規則 $l_2 \to r_2$ に重なるという．ただし，$l_1 \to r_1$ と $l_2 \to r_2$ が同一の書き換え規則の場合には，$C[\,] \neq \Box$ とする．l_1 と l_2' の最汎単一化子を θ とするとき，$l_1 \to r_1$ と $l_2 \to r_2$ から得られる項の対 $\langle C[r_1]\theta, r_2\theta \rangle_{l_1 \to r_1, l_2 \to r_2}$ を $l_1 \to r_1$ の $l_2 \to r_2$ に対する危険対とよび，書き換え規則が明らかな場合には $\langle C[r_1]\theta, r_2\theta \rangle$ と略記する．項書き換えシステム R_1 と R_2 のすべての規則 $l_1 \to r_1 \in R_1$ と $l_2 \to r_2 \in R_2$ から得られる，$l_1 \to r_1 \in R_1$ の $l_2 \to r_2 \in R_2$ に対する危険対の集合を $CP(R_1, R_2)$ とする．また，$CP(R_1, R_2)^{-1} = \{\langle s, t \rangle_{l_2 \to r_2, l_1 \to r_1} \mid \langle t, s \rangle_{l_1 \to r_1, l_2 \to r_2} \in CP(R_1, R_2)\}$ と定める．とくに，$CP(R, R)$ を R の危険対とよび，$CP(R)$ で示す．

3 減少ダイアグラム法による可換性

本節では，抽象リダクションシステムにおける減少ダイアグラム法に基づく可換性の十分条件を検討する．

定義 1 (可換性) 抽象リダクションシステム $A_1 = (D, \langle \xrightarrow{1} \rangle_{\alpha \in I_1})$ と $A_2 = (D, \langle \xrightarrow{2} \rangle_{\beta \in I_2})$ が可換性をもつとは，$\xrightarrow{1} = \bigcup_{\alpha \in I_1} \xrightarrow{1}_\alpha$，$\xrightarrow{2} = \bigcup_{\beta \in I_2} \xrightarrow{2}_\beta$ とするとき，$\xleftarrow{1}^* \cdot \xrightarrow{2}^* \subseteq \xrightarrow{2}^* \cdot \xleftarrow{1}^*$ をみたすことをいう (図 1)．

定義 2 (弱減少性) 抽象リダクションシステム $A_1 = (D, \langle \xrightarrow{1}_\alpha \rangle_{\alpha \in I_1})$ と $A_2 = (D, \langle \xrightarrow{2}_\beta \rangle_{\beta \in I_2})$ が弱減少性をもつとは，$\xleftarrow{1}_\alpha \cdot \xrightarrow{2}_\beta \subseteq \xrightarrow{2}^*_{\curlyvee\alpha} \cdot \xrightarrow{2}^=_\beta \cdot \xrightarrow{2}^*_{\curlyvee\alpha\cup\beta} \cdot \xleftarrow{1}^*_{\curlyvee\alpha\cup\beta} \cdot \xleftarrow{1}^=_\alpha \cdot \xleftarrow{1}^*_{\curlyvee\beta}$ をみたす $I_1 \cup I_2$ 上の整礎順序 $\succ$ が存在することをいう (図 2)．

命題 1 ([8]) 抽象リダクションシステム $A_1 = (D, \langle \xrightarrow{1}_\alpha \rangle_{\alpha \in I_1})$ と $A_2 = (D, \langle \xrightarrow{2}_\alpha \rangle_{\alpha \in I_2})$ が弱減少性をもつとき，A_1 と A_2 は可換性をもつ．

定義 3 (片側減少性) 抽象リダクションシステム $A_1 = (D, \xrightarrow{1})$ に対して $A_2 = (D, \langle \xrightarrow{2}_\beta \rangle_{\beta \in I_2})$ が片側減少性をもつとは，I_2 上の整礎順序 $\succ$ が存在して，$\xleftarrow{1} \cdot \xrightarrow{2}_\beta \subseteq \xrightarrow{2}^=_\beta \cdot \xrightarrow{2}^*_{\curlyvee\beta} \cdot \xleftarrow{1}^*$ をみたすときをいう (図 3)．

補題 1 抽象リダクションシステム $A_1 = (D, \xrightarrow{1})$ に

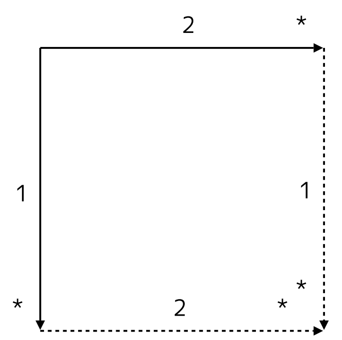

図 1　可換性

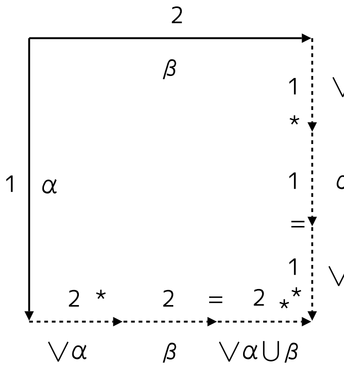

図 2　弱減少性

対して $A_2 = (D, \langle \xrightarrow{2}_{\beta} \rangle_{\beta\in I_2})$ が片側減少性をもつとき，A_1 と A_2 は可換性をもつ．

(証明)

仮定より I_2 上の整礎順序 $\succ_2$ が存在して，$\xleftarrow{1} \cdot \xrightarrow{2}_{\beta} \subseteq \xrightarrow{2}{}^{=}_{\beta} \cdot \xrightarrow{2}{}^{*}_{\curlyvee_2 \beta} \cdot \xleftarrow{1}{}^{*}$ をみたす．$I_1 = \{\alpha_0\}$ とし，$I_1 \cup I_2$ 上の整礎順序 $\succ$ を，$\succ = \succ_2 \cup \{\langle\beta,\alpha_0\rangle \mid \beta \in I_2\}$ により定める．このとき，$\succ_2$ が整礎なので $\succ$ も整礎となる．このとき，$A_1 = (D, \langle \xrightarrow{1}_{\alpha}\rangle_{\alpha\in I_1})$ と $A_2 = (D,\langle \xrightarrow{2}_{\beta}\rangle_{\beta\in I_2})$ が弱減少性をもつことを示す．$a \xleftarrow{1}_{\alpha_0} \cdot \xrightarrow{2}_{\beta} b$ とすると，仮定からある $c,d\in D$ が存在して，$a \xrightarrow{2}{}^{=}_{\beta} c \xrightarrow{2}{}^{*}_{\curlyvee_2\beta} d \xleftarrow{1}{}^{*}_{\alpha_0} b$．順序 $\succ$ の取り方から $\beta \succ \alpha_0$ なので $d \xleftarrow{1}{}^{*}_{\curlyvee\beta} b$．よって，$\succ \supseteq \succ_2$ より $a \xrightarrow{2}{}^{*}_{\curlyvee\alpha_0}$ $a \xrightarrow{2}{}^{=}_{\beta} c \xrightarrow{2}{}^{*}_{\curlyvee\alpha_0\cup\beta} d \xleftarrow{1}{}^{*}_{\curlyvee\alpha_0\cup\beta} d \xleftarrow{1}{}^{=}_{\alpha_0}$ $d \xleftarrow{1}{}^{*}_{\curlyvee\beta} b$．よって，定理 1 より，$A_1$ と A_2 は可換性をもつ．□

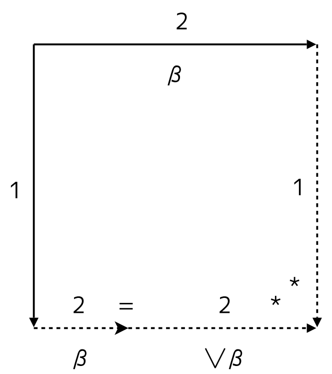

図 3　片側減少性

4　項書き換えシステムの可換性

本節では，前節で得られた抽象リダクションシステムの可換性条件を用いて，項書き換えシステムの可換性を示す．まずはじめに，項書き換えシステムの可換性の定義を与える．

定義 4 R_1 と R_2 を項書き換えシステムとする．R_1 と R_2 が可換性をもつとは，抽象リダクションシステム $(T(F,V), \xrightarrow{R_1})$ と $(T(F,V), \xrightarrow{R_2})$ が可換性をもつことをいう．

前節で得られた可換性の条件を項書き換えシステムに応用するには，適当なラベルを定める必要がある．ルールラベリングとは，項書き換えシステムの書き換え規則をラベルとしてもちいる方法である．具体的には，R 上のラベリング関数 $\delta : R \to \mathbb{N}$ を考え，$s = C[l\theta], t = C[r\theta], \delta(l \to r) = i$ のとき，$s \xrightarrow{R}_i t$ とラベル付けを行う．ラベル集合 $\mathbb{N}$ 上の整礎順序 $\succ$ として，自然数の大小関係をもちいる．

定理 1 R_1 を線形, R_2 を左線形な項書き換えシステムとする．R_2 上のラベリング関数 δ が存在して，すべての $\langle c_1, c_2\rangle_{l\to r, l'\to r'} \in CP(R_1,R_2) \cup CP(R_2,R_1)^{-1}$ に対して，$\delta(l' \to r') = i$ ならば $c_1 \xrightarrow{R_2}{}^{=}_{i} \cdot \xrightarrow{R_2}{}^{*}_{\curlyvee i} \cdot \xleftarrow{R_1}{}^{*}$ c_2 が成立するものとする．このとき，R_1 と R_2 は可換性をもつ．

(証明)

以下では $t = C[s_1,\ldots,s_n]_{p_1,\ldots,p_n}$ で項 t の位置 $p_1,\ldots,p_n$ に部分項 $s_1,\ldots s_n$ があることを表す．また，$\delta(l' \to r') = i$ なる $l' \to r' \in R_2$ と $t = C[l\sigma]_p \xrightarrow{R_1} C[r\sigma]_p = t_1$，$t = C[l'\tau]_q \xrightarrow{R_2}_i C[r'\tau]_q = t_2$ を考える．

1. $p||q$ の場合．このとき，$l \to r \in R_1$，$l' \to r' \in R_2$，$t = C[l\sigma, l'\tau]_{p,q}$，$t_1 = C[r\sigma, l'\tau]_{p,q}$，$t_2 = C[l\sigma, r'\tau]_{p,q}$ とおける．よって $t_1 = C[r\sigma, l'\tau]_{p,q} \xrightarrow{R_2}_i C[r\sigma, r'\tau]_{p,q} \xleftarrow{R_1} C[l\sigma, r'\tau]_{p,q} = t_2$ となる．
2. $p \leq q$ の場合．
   (a) ある $p_0 \in Pos_V(l)$ が存在して，$pp_0 \leq q$ の場合．このとき，$t_1 = C[r\sigma]_p \xleftarrow{R_1} t \xrightarrow{R_2}_i C[l\sigma']_p = t_2$ とおけ，R_1 は線形なので，$t_1 \xrightarrow{R_2}_i C[r\sigma']_p \xleftarrow{R_1} t_2$ となる．

(b) $q/p \in Pos_F(l)$ の場合．このとき，$l' \to r' \in R_2$ は $l \to r \in R_1$ に重なっているので，$l' \to r'$ の $l \to r$ に対する危険対 $\langle c_2, c_1\rangle \in CP(R_2, R_1)$ に対して，$t_1 = C[c_1\rho]_p \overset{R_1}{\leftarrow} t \overset{R_2}{\to}_i C[c_2\rho]_p = t_2$ となるような代入 ρ が存在する．仮定より，$c_1 \overset{R_2}{\to}{}^{=}_i \cdot \overset{R_2}{\to}{}^{*}_{\curlyvee i}\ u \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} c_2$ が成り立ち，ルールラベリングより適用した規則が同じならばラベルは変わらないので，同様に $t_1 = C[c_1\rho]_p \overset{R_2}{\to}{}^{=}_i \cdot \overset{R_2}{\to}{}^{*}_{\curlyvee i} C[u\rho]_p \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} C[c_2\rho]_p = t_2$ となる．

3. $q \leq p$ の場合．
   (a) ある $q_0 \in Pos_V(l')$ が存在して $qq_0 \leq p$ の場合．このとき，$t_1 = C[l'\sigma']_q \overset{R_1}{\leftarrow} t \overset{R_2}{\to}_i C[r'\sigma]_q = t_2$ とおけ，R_2 は左線形なので，$t_1 \overset{R_2}{\to}_i C[r'\sigma']_q \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} t_2$ となる．
   (b) $p/q \in Pos_F(l')$ の場合．このとき，$l \to r \in R_1$ は $l' \to r' \in R_2$ に重なっているので，$l \to r$ の $l' \to r'$ に対する危険対 $\langle c_1, c_2\rangle \in CP(R_1, R_2)$ に対して，$t_1 = C[c_1\rho]_q \overset{R_1}{\leftarrow} t \overset{R_2}{\to}_i C[c_2\rho]_q = t_2$ となるような代入 ρ が存在する．仮定より，$c_1 \overset{R_2}{\to}{}^{=}_i \cdot \overset{R_2}{\to}{}^{*}_{\curlyvee i}\ u \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} c_2$ が成り立ち，ルールラベリングより適用した規則が同じならばラベルは変わらないので，同様に $t_1 = C[c_1\rho]_q \overset{R_2}{\to}{}^{=}_i \cdot \overset{R_2}{\to}{}^{*}_{\curlyvee i} C[u\rho]_q \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} C[c_2\rho]_p = t_2$ となる．

よってすべての場合で片側減少性をみたすため，補題 1 より R_1 と R_2 は可換性をもつ． □

例 1 次のような項書き換えシステム R_1 と R_2 を考える．

$$R_1 = \begin{cases} A(x) \to B(x) \\ B(x) \to B(B(x)) \end{cases}$$

$$R_2 = \begin{cases} a\ :\ F(A(x)) \to G(F(A(x)), F(A(x))) \\ b\ :\ F(B(x)) \to H(B(x)) \\ c\ :\ H(x) \to G(F(B(x)), F(B(x))) \end{cases}$$

このとき，以下の危険対が得られる．

$$CP(R_1, R_2) = \begin{cases} \langle F(B(x)), G(F(A(x)), F(A(x)))\rangle, \\ \langle F(B(B(x))), H(B(x))\rangle \end{cases}$$

$$CP(R_2, R_1) = \emptyset$$

ここで，$\delta(a) = 2$，$\delta(b) = \delta(c) = 1$ のようなラベリング関数を考えると，危険対 $F(B(x)) \overset{R_1}{\leftarrow} F(A(x)) \overset{R_2}{\to}_2 G(F(A(x)), F(A(x)))$ に対して $F(B(x)) \overset{R_2}{\to}_1 \overset{R_2}{\to}_1 G(F(B(B(x))), F(B(B(x)))) \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} G(F(A(x)), F(A(x)))$ が成立する．また，危険対 $F(B(B(x))) \overset{R_1}{\leftarrow} F(B(x)) \overset{R_2}{\to}_1 H(B(x)))$ に対して $F(B(B(x))) \overset{R_2}{\to}_1 H(B(B(x))) \overset{R_1}{\leftarrow} H(B(x)))$ が成立する．よって，定理 1 の条件がみたされるので R_1 と R_2 は可換性をもつ．なお，危険対に基づく従来の可換性判定法[9] では，R_1 と R_2 の可換性を示すことはできない．

5 合流性条件への応用

R が合流性をみたすとは，項書き換えシステム R が自分自身と可換性をみたすことである．このとき，定理 2 において $R = R_1 = R_2$ とおくことで以下の合流性の十分条件が得られる．

定理 2 R を線形な項書き換えシステムとする．R 上のラベリング関数 δ が存在して，すべての $\langle c_1, c_2\rangle_{l\to r, l', \to r'} \in CP(R)$ に対して，$\delta(l \to r) = i, \delta(l' \to r') = j$ ならば (i) $c_1 \to^{=}_j \cdot \to^{*}_{\curlyvee j} \cdot \leftarrow^{*} c_2$ および (ii) $c_1 \to^{*} \cdot \leftarrow^{*}_{\curlyvee i} \cdot \leftarrow^{=}_i c_2$ が成立するものとする．このとき，R は合流性をもつ．

(証明) 定理 1 を $R_1 = R, R_2 = R$ としてもちいる．定理 1 の条件が成立することを示す．$\langle c_1, c_2\rangle \in CP(R_1, R_2)$ とすると $\langle c_1, c_2\rangle_{l\to r, l', \to r'} \in CP(R)$ と条件 (i) より $c_1 \overset{R_2}{\to}{}^{=}_j \cdot \overset{R_2}{\to}{}^{*}_{\curlyvee j}\ u \overset{R_1}{\to}{}^{*} c_2$ が成立する．また，$\langle c_1, c_2\rangle \in CP(R_2, R_1)^{-1}$ とすると $\langle c_2, c_1\rangle_{l\to r, l', \to r'} \in CP(R)$ と条件 (ii) より $c_1 \overset{R_2}{\to}{}^{=}_i \cdot \overset{R_2}{\to}{}^{*}_{\curlyvee i}\ u \overset{R_1}{\leftarrow}{}^{*} c_2$ が成立する．以上より定理 1 から R は合流性をもつ． □

項書き換えシステム R が強く閉じているとは，すべての $\langle c_1, c_2\rangle \in CP(R)$ が，$c_1 \to^{=} \cdot \leftarrow^{*} c_2$ かつ $c_1 \to^{*} \cdot \leftarrow^{=} c_2$ をみたすことをいう．定理 2 より，文献[5] の次の系が得られる．

系 1 ([5]) 強く閉じた項書き換えシステム R は合流性をもつ．

(証明) 定理 2 ですべての $l \to r \in R$ に対して $\delta(l \to r) = 0$ となるラベリング関数をとると，強

く閉じた項書き換えシステムの条件が得られる． □

6 まとめと今後の課題

本論文では，抽象リダクションシステムの減少ダイアグラム法に基づく可換性の十分条件を，項書き換えシステムに適用することで，従来の危険対解析に基づく十分条件が適用困難な可換性について示すことができた．さらにこの結果をもちいて合流性の十分条件も示した．ルールラベリングの様々な拡張[1] が本研究に適用できるかは今後の課題である．また，本研究の有効性を確かめるためには，項書き換えシステムの可換性の自動判定法の検討や，可換分解や自己可換による合流性自動証明法への応用の検討の必要がある．また，本論文の結果は，一方が線形な書き換えシステムでなければ適用できないため，両方が左線形である場合への拡張も今後の課題である．

参 考 文 献

[1] Aoto, T.: Automated confluence proof by decreasing diagrams based on rule-labelling, *In proc of RTA 2010*, *LIPIcs*, Vol. 6, (2010), pp. 7–16.

[2] Aoto, T., Yoshida, J. and Toyama, Y. : Proving confluence of term rewriting systems automatically, *In Proc. of RTA 2009*, *LNCS*, Vol. 5595, Springer-Verlag (2009), pp. 93–102.

[3] Baader, F. and Nipkow, T.: *Term Rewriting and All That*, Cambridge University Press (1998).

[4] Hirokawa, N. and Middeldorp, A.: Decreasing diagrams and relative termination, *In Proc. of IJCAR 2010*, *LNCS*, Vol. 6173, (2010), pp. 487–501.

[5] Huet, G.: Confluent reductions: abstract properties and applications to term rewriting systems, *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 27, No. 4, (1980), pp. 797–821.

[6] Telese.: *Term Rewriting Systems*, Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, Vol. 55, Cambridge University Press, Cambridge, (2003).

[7] Toyama, Y.: Commutativity of term rewriting systems, *Programming of Future Generation Computers II*, North-Holland, (1988), pp. 393–407.

[8] van Oostrom, V.: Confluence by decreasing diagrams converted, *In Proc. of RTA 2008*, *LNCS*, Vol. 5117, Splinger-Verlag, (2008), pp. 306–320.

[9] 吉田順一, 青戸等人, 外山芳人: 項書き換えシステムの合流性自動判定, コンピュータソフトウェア, Vol. 26, No. 2, (2009), pp. 76–92.